



MATEMATIKA

TANTÁRGY HELYI TANTERVE

A bevezetés tanéve:	2020/2021-es tanév
A bevezetés évfolyama:	9.NY évfolyam 9. évfolyam
Alkalmazott osztálytípusok:	általános tagozat és emelt szintű idegen nyelvi képzés
A dokumentumot kidolgozta:	Budai Katalin, Kiss Szilvia, Kondor Ágnes Anna, Laurencsik Lilla, Kajliné Somogyi Ildikó, Mayer Ferenc

2024.

Tartalom

A tantárgy órakerete:	4
A témakörökben elsajátítandó ismeretek:	8
NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ ÉVFOLYAM – 9. NY.....	8
Tanulásmódszertan 2 óra	8
Gondolkodási és megismerési módszerek 8 óra	8
Számтан, algebra 21 óra	9
Geometria 20 óra.....	9
Projektoktatás 2 óra.....	9
9. ÉVFOLYAM.....	9
Tanulásmódszertan 3 óra	9
Halmazok 8 óra.....	10
Kombinatorika, gráfok 4 óra.....	10
Hatvány, gyök 4 óra.....	10
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során 10 óra	10
Arányosság, százalékszámítás 10 óra	11
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek 18 óra	11
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok 12 óra	11
Geometriai alapismeretek 4 óra.....	12
Háromszögek 3 óra.....	12
Négyszögek, sokszögek 5 óra	12
Transzformációk, szerkesztések 6 óra	12
Leíró statisztika 8 óra.....	13
Projektoktatás 3 óra.....	13
10. évfolyam	13
Matematikai logika 6 óra.....	13
Kombinatorika, gráfok 8 óra.....	13
Számhalmazok, műveletek 8 óra.....	14
Hatvány, gyök 10 óra.....	14
Arányosság, százalékszámítás 2 óra	14
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek 12 óra.....	14
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok 4 óra	15
Háromszögek 12 óra.....	15
Négyszögek, sokszögek 4 óra	15
A kör és részei 10 óra.....	15
Transzformációk, szerkesztések 10 óra	15
Valószínűség-számítás 6 óra.....	16

Projektoktatás 3 óra.....	16
11. ÉVFOLYAM	16
Kombinatorika, gráfok 17	16
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése 11	16
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus 19	16
Exponenciális folyamatok vizsgálata 8	17
Trigonometria 31	17
Koordinátageometria 31	17
Valószínűség-számítás -8	18
Projektoktatás 4 óra.....	18
12. évfolyam	18
Sorozatok 22	18
Térgeometria 35	18
Leíró statisztika 10	19
Valószínűség-számítás 6	19
Rendszerező összefoglalás 38	19
Projektoktatás 4 óra.....	20
11. ÉVFOLYAM EMELT ÉRETTSÉGIRE FELKÉSZÍTŐ	20
Kombinatorika, gráfok 14+7	20
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése 12	21
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus függvény 20.....	21
Exponenciális folyamatok vizsgálata; exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek	20
	22
Trigonometria 20+18	22
Koordinátageometria 40	23
Valószínűség-számítás 16+6	24
Projektoktatás 6 óra.....	25
12. ÉVFOLYAM EMELT ÉRETTSÉGIRE FELKÉSZÍTŐ.....	25
Halmazok, Matematikai logika 10	25
Sorozatok 22+8	25
Geometria 10	26
Térgeometria 28	27
Függvények, az analízis elemei 8+16+12	27
Leíró statisztika 8+6	28
Rendszerező összefoglalás 42	29
Projektoktatás 5 óra.....	30

A helyi tanterv a kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről szóló 5/2020. (I. 31.) EMMI-rendelet alapján készült. A 2021. július 16.-án közzétett matematika érettségi követelményeket figyelembe véve frissítettük.

A tantárgy órakerete:

Évfolyam	Heti órakeret	Éves órakeret	Kerettantervi órakeret	Helyi tervezésű órakeret	Érettségi felkészítés heti órakerete	Érettségi felkészítés éves órakerete
9.NY	2	68				
9.	3	102	102			
10.	3	102	102			
11.	4	136	102	34	2	68
12.	4	120	90	30	2	

A helyi tantervben alkalmazott színekódok:

- intézményi identitással kapcsolatos (keresztény pedagógiai) tartalom – **zöld**
- projektoktatás – **lila**
- tanulásmódszer tevékenytani tartalom – **bordó**
- SNI – **kék**

A témakörök áttekintő táblázata:

9. nyelvi előkészítő évfolyam

Témakör neve	Kerettanterv által javasolt óraszám	Alkalmazott óraszám
Tanulásmódszertan	-	2
Gondolkodási és megismerési módszerek	-	8
Számтан, algebra	-	21
Összefüggések, függvények, sorozatok	-	10
Geometria	-	20
Projektoktatás	-	2
Év elejei szervezési feladatok, év végi ismétlés, javítás	-	5
Összes óraszám:	-	68

9. és 10. évfolyam

Témakör neve	Kerettanterv által javasolt óraszám	Alkalmazott óraszám	
		9.	10.
Tanulásmódszertan	-	3	0
Halmazok	10	8	0
Matematikai logika	10	0	6
Kombinatorika, gráfok	12	4	8
Számhalmazok, műveletek	8	0	8
Hatvány, gyök	14	4	10
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10	10	0
Arányosság, százalékszámítás	12	10	2
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	18	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	12	0	12
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	16	12	4
Geometriai alapismeretek	8	4	0
Háromszögek	16	3	12
Négyszögek, sokszögek	10	5	4
A kör és részei	10	0	10
Transzformációk, szerkesztések	20	6	10
Leíró statisztika	10	8	0
Valószínűség-számítás	8	0	6
Projektoktatás	-	3	3
Év elejei szervezési feladatok, év végi ismétlés, javítás	-	4	7
Összes óraszám:	204	102	102

11. és 12. évfolyam

Témakör neve	Kerettanterv által javasolt óraszám	Alkalmazott óraszám	
		11.	12.
Halmazok, matematikai logika	6	0	0
Kombinatorika, gráfok	10	17	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	11	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12	19	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	8	0
Sorozatok	18	0	22
Trigonometria	14	31	0
Térgeometria	20	0	35
Koordinátagéometria	14	31	0
Leíró statisztika	12	0	10
Valószínűség-számítás	16	8	6
Rendszerező összefoglalás	38	0	38
Projektoktatás		4	4
Év elejei szervezési feladatok, év végi ismétlés, javítás	-	7	5
Összes óraszám:	186	136	120

11. és 12. Évfolyam emelt érettségire felkészítő

Témakör neve	Alkalmazott óraszám	
	11.	12.
Halmazok, matematikai logika	0	10
Kombinatorika, gráfok	14	7
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	12	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus függvény	20	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata, Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek	20	0
Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek	25	
Függvények jellemzése, transzformálása	0	8
Függvények(határérték,folytonosság, differenciálszámítás)	0	16
Függvények (Integrálszámítás)	0	12
Sorozatok 1. (számítási, mértani sorozat, kamatos-kamat)	0	22
Sorozatok 2. (sorozatok jellemzése)	0	8
Geometria	0	10
Trigonometria	20	0
Trigonometrikus függvények, egyenletek, egyenlőtlenségek, addíciós tételek	18	0
Térgeometria	0	28
Koordinátagéometria	40	0
Leíró statisztika	8	6
Valószínűség-számítás	16	6
Rendszerező összefoglalás	0	42
Projektoktatás	6	5
Év elejei szervezési feladatok, év végi ismételtes, javítás	5	5
Összes óraszám:	204	180

Célok és feladatok:

Az általános iskolai matematika oktatás megismertette a tanulókat az őket körülvevő világ konkrét mennyiségi és térbeli viszonyaival. Alapvető célunk a tanulók **matematikai kompetenciájának** fejlesztése, a gondolkodás és az absztrakció képességének folyamatos továbbfejlesztése, de az oktatás célrendszere összhangban van a **kulcskompetenciákkal**:

- Feladatunk a matematika különböző arculatainak bemutatása:
 - kulturális örökség,
 - gondolkodásmód, alkotó tevékenység, a gondolkodás örömeinek forrása,
 - a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője,
 - önálló tudomány, de egyben más tudományok segítője,
 - a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.
- Fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások). Mindezzel fejlesztjük a tanulók **absztrakciós és szintetizáló képességét**. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a **kombinatív készséget**, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megoldását. A **diszkussziós képesség** fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése, a **komplex problémakezelés képességét** is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.
- Alapvető cél, hogy a tanulók ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat, módszereket és leírásokat. A **természettudományos és műszaki-technikai kompetencia** magában foglalja a kételkedő, kritikus és

kíváncsi attitűdöt, a megismerés és konstruálás iránti vágyat. Fontos szerepet kap problémamegoldás fejlesztése, az algoritmusok alkalmazásának képessége, mindennapi problémák megoldása.

- A geometria fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét, így oktatása az **esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség kompetenciafejlesztésének** területe.
- A hétköznapi életből vett, változatos feladatok szövegezése lehetőséget biztosít arra, hogy
 - tanulóinkat az **egészséges életmódra, a környezettudatos és kritikus fogyasztói magatartásra** neveljük,
 - továbbá a **szociális és állampolgári kompetenciák** fejlesztésére.
- A gyakorlati feladatok megoldása olyan készségeket és képességeket fejleszt, mint a tervezés, szervezés, irányítás, elemzés, kommunikálás, a tapasztalatok értékelése, **egyénilag és csapatban történő munkavégzés**. A matematikaoktatás elősegíti a **kezdeményezőképeség és a vállalkozói kompetencia** tudatos fejlesztését.
- A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, alkalmazásra képes tudást hoz létre. Ez lehetőséget ad a tantárgyak közti kapcsolat mélyítésére, az **anyanyelvi, idegen nyelvi és digitális kommunikáció** fejlesztésére.

Célunk, hogy a tantárgy tanulását követően a tanulók képesek legyenek a tudományos, a társadalmi és gazdasági élet különböző területein alkalmazott matematikai modellel leírható feladatok tervezésére, elvégzésre, elemzésre.

Célunk, hogy a matematika tartalmú tevékenység gondolkodásra, ítélőképességre, szabálytudat fejlesztésére, kreatív megoldások keresésére ösztönözzön, ami segíti az egészséges keresztyén identitásának a megerősödését.

Fontos feladatunk a pályaorientáció. **A matematika oktatás során fel kell hívnunk a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák.**

A matematika a kultúrtörténetnek is része, lehetőséget kell biztosítanunk a matematikatörténeti érdekességek, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése (pl. Euklidész, Pitagorasz, Thalész, Descartes, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Bolyai, Erdős, Neumann).

Matematika tantárgy tanítása során ráirányítjuk a diákok figyelmét arra, hogy a világ ilyen tökéletes volta véletlen nem lehet, Istennek léteznie kell. Ő a magyarázat arra, amely minden nagy természettudóst tudományának egyre mélyebb megismerése során megrémít; hogy a rendszer ennyire hibátlan, a tudományágak egymással gond nélkül összeérnek, minden síkon együtt, olajozottan képesek működni.

A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása spirális felépítést indokol – az életkori, **egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak**, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. **Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.**

Követelmény a 12 évfolyam végére:

A tanuló

- legyen képes adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni,
- legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani,
- lássa az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között,
- matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket,
- legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, és legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására,
- ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és tudományágakban.

- legyen képes betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”,
- ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő),
- legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket, tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- legyen képes a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni jelenségek várható lefolyására,
- legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére,
- a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése,
- ismerje fel a hozzárendelés formáját, tudja elemezni a halmazok közötti kapcsolatokat,
- lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény,
- ismerje a számtani és mértani sorozatot,
- tudjon síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszetekkel - két dimenzióban vizsgálni,
- vegye észre a szimmetriákat és az arányokat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni,
- tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni,
- tudjon hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot mérni és számolni, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával,
- ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és képzőművészeti alkotásokban.
- értse a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét,
- ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.

A témakörökben elsajátítandó ismeretek:

NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ ÉVFOLYAM – 9. NY

Tanulásmódszertan

2 óra

A tanulásmódszertan feladata azoknak a tanulási módszereknek és annak a szemléletmódnak a megtanítása, amelyek a matematika tantárgy eredményes tanulásához felhasználhatók.

Célunk, hogy a tanulók

- ismerjék meg a matematika tantárgyat segítő eszközöket (számológép, digitális eszközök, feladatgyűjtemények) és azok hatékony használatát,
- megismerjék és alkalmazzák a matematika órákra való készülés, tudáselmélyítés módszereit,
- digitális ismeretszerzési lehetőségeit feltérképezzük és a jó gyakorlatok megosztásával segítsük őket az önálló tudásszerzésben.

Tanulóinkat fel kell készítenünk az élethosszig tartó tanulásra.

Gondolkodási és megismerési módszerek

8 óra

Cél: A racionális számok halmazának ismerete. Permanencia elv. Ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számhalmazok: természetes-, egész-, racionális számok. Műveletek racionális számokkal.

- Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).

Számtan, algebra

21 óra

Cél: Algebrai kifejezések biztonságos kezelése, szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (algebrai, grafikus módszer).
- Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.

Összefüggések, függvények, sorozatok

10 óra

Cél: Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A függvény megadása, elemi tulajdonságai.
- A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok.
- A lineáris függvények tulajdonságai.
- Az egyenes arányosságot leíró függvény.
- A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.
- Grafikonok értelmezése.

Geometria

20 óra

Cél: Számítások síkban és térben. Tájékozódás vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Geometriai alapfogalmak.
- Tételek, távolságok és szögek értelmezése.
- Háromszögek, négyszögek nevezetes pontjai, vonalai.
- Számítási feladatok a mindennapokból.

Projektoktatás

2 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk.

9. ÉVFOLYAM

Tanulásmódszertan

3 óra

A tanulásmódszertan feladata azoknak a tanulási módszereknek és annak a szemléletmódnak a megtanítása, amelyek a matematika tantárgy eredményes tanulásához felhasználhatók.

A 9. évfolyam matematika tantárgyának oktatásánál az elsődleges szempont a matematika tananyag tudatos beosztása, hogy a bekerülő nebuló ne a legnehezebb témakörrel kezdje az új iskolában az amúgy is nehéznek kikiáltott vagy elkönyvelt matematikatanulást.

Célunk, hogy a tanulók

- ismerjék meg a matematika tantárgyat segítő eszközöket (számológép, függvénytáblázat, digitális tankönyvek, feladatgyűjtemények) és azok hatékony használatát,
- megismerjék és alkalmazzák a matematika órákra való készülés, tudáselmélyítés módszereit,
- digitális ismeretszerzési lehetőségeit feltérképezzük és a jó gyakorlatok megosztásával segítsük őket az önálló tudásszerzésben.

Állandóan változó világunkban nehéz a tájékozódás, ezért nemcsak nagy tudású szakemberekre, hanem rugalmas, kreatív, az újjal szemben nyitott, önállóan alkotni, dolgozni tudó felnőttekre van szükség. Tanulóinkat fel kell készítenünk az élethosszig tartó tanulásra.

Halmazok

8 óra

Cél: A matematika épülése elveinek bemutatása. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Kommunikáció, együttműködés.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

Fogalmak: alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

Kombinatorika, gráfok

4 óra

Cél: Gyakorlati problémák megoldása.

- véges halmazok elemszámának meghatározása
- logikai szita elvének alkalmazása

Fogalma: halmazok elemszáma, logikai szita

Hatvány, gyök

4 óra

Cél: Hatványozás, hatványozás azonosságainak készségszintű alkalmazása.

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

Fogalmak: hatványalap, hatványkitevő, normálalak

Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

10 óra

Cél: Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása.

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Fogalmak: összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

Cél: Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága.

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak: egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**18 óra**

Cél: Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága.

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak: alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**12 óra**

Cél: Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak: egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Geometriai alapismeretek

4 óra

Cél: Tájékozódás a térben.

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szög párok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Fogalmak: pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

Háromszögek

3 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Háromszög területének kiszámítása

Fogalmak: szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

Négyszögek, sokszögek

5 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

Fogalmak: trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

Transzformációk, szerkesztések

6 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel

- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével

Fogalmak: tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

Leíró statisztika

8 óra

Cél: Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak: oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

Projektoktatás

3 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk.

10. évfolyam

Matematikai logika

6 óra

Cél: Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Kommunikáció, együttműködés.

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása

Fogalmak: tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

Kombinatorika, gráfok

8 óra

Cél: Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása (leszámlálás, sorbarendezés,) gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak: sorba rendezés, kiválasztás, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Számhalmazok, műveletek

8 óra

Cél: A valós számok halmazának ismerete. A matematika épülése elveinek bemutatása. Halmazok eszközjellegű használata.

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak: racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

Hatvány, gyök

10 óra

Cél: A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel.

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai

Fogalmak: hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök

Arányosság, százalékszámítás

2 óra

Cél: Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás.

- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

Fogalmak: egyenes arányosság, fordított arányosság

Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

12 óra

Cél: Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$

Fogalmak: másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

4 óra

Cél: Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában. Függvénytranszformációk.

- Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, tulajdonságai
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak: kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés, szélsőérték, zérushely

Háromszögek

12 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása

Fogalmak: szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

Négyszögek, sokszögek

4 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- Négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos számítási feladatok

Fogalmak: trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

A kör és részei

10 óra

Cél: Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak: középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

Transzformációk, szerkesztések

10 óra

Cél: Számítások síkban (és térben). A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal.

- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- Hasonló alakzatok és tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

Fogalmak: egybevágósági transzformáció, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

Valószínűség-számítás

6 óra

Cél: A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések.

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak: valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

Projektoktatás

3 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk.

11. ÉVFOLYAM

Kombinatorika, gráfok

17

Cél: Feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak: faktoriális, binomiális együttható; gráfelméleti fogalmak, csúcs fokszáma gráfban

Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

11

Cél: A valós számok halmazának ismerete. A matematika épülése elveinek bemutatása. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése.

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak: természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

19

Cél: Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén

- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- Exponenciális egyenletek, megoldása definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazásával
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés 10-es alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Fogalmak: n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Exponenciális folyamatok vizsgálata

8

Cél: Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban – valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban.

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre-vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Trigonometria

31

Cél: Szögfüggvény fogalmának megismerése és kiterjesztése tetszőleges szögekre. Szinusztétel, koszinusztétel, alkalmazásuk. Egyszerű trigonometrikus egyenletek.

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak: szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Koordinátageometria

31

Cél: Vektorok, vektorműveletek. A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása síkgeometriai feladatok megoldásában.

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban

- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Fogalmak: vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

Valószínűség-számítás

-8

Cél: Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése.

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása

Fogalmak: események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események,

Projektoktatás

4 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk, illetve itt használunk fel a „halmazok és matematikai logika” témakörre biztosított órakeretből 3 órát.

12. évfolyam

Sorozatok

22

Cél: Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Tájékozódás az időben: matematikai modellek készítése, vizsgálata.

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak: számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

Térgeometria

35

Cél: Síkidomok kerületének és területének számítása. Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlkák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb. A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok területének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak: kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Leíró statisztika

10

Cél: Tudatos adatgyűjtés és rendezés egy adott cél érdekében. Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőinek meghatározása. Grafikus manipuláció felismerése diagramok esetén.

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak: reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

Valószínűség-számítás

6

Cél: Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése.

- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak: geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Rendszerező összefoglalás

38

Cél: Az érettségi vizsgára való felkészülés

Gondolkodási módszerek

- Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.
- Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.
- A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.
- Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. Bizonyítási módszerek.
- Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.
- Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.

Függvények

- A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.
- A tanult alapfüggvények ismerete. Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$
- Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.
- Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.

Algebra

- Egyenletek és egyenlőtlenségek.
- Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.
- Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása (algebrai-, grafikus megoldás). Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.
- Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös, abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.
- Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
- Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.

Geometria

- Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.
- Távolságok és szögek kiszámítása. Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.
- Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.
- Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között.
- A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések. Négyyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyyszögek tulajdonságai.
- Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.
- Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. Vektorok alkalmazásai.
- Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.
- Szöveges számítási feladatok.

Statisztika, valószínűségszámítás

- Diagramok. Statisztikai mutatók.
- Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége.
- A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.
- A véletlen törvényszerűségei.

Projektoktatás

4 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk, illetve itt használunk fel a „halmazok és matematikai logika” témakörre biztosított órakeretből 3 órát.

11. ÉVFOLYAM EMELT ÉRETTSÉGRE FELKÉSZÍTŐ

Kombinatorika, gráfok

14+7

Cél: Feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
 - Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is.
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
 - Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.
 - Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám.
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak: faktoriális, binomiális együttható; gráfelméleti fogalmak, csúcs fokszáma gráfban

Emelt szint

Kombinatorika

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.

Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.

Ismerje a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait.

Gráfok

Definiálja és alkalmazza a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok.

Ismerje az n pontú teljes gráf éleinek a számát.

Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

Bizonyítsa, hogy bármely (legalább kétpontú) egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont.

Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

12

Cél: A valós számok halmazának ismerete. A matematika épülése elveinek bemutatása. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése.

- Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatóság alapvető fogalmait (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám)
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prím számpár fogalmát.
- Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben ($(n \leq 9)$)
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak: természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Emelt szint

Természetes számok, számelmélet,

Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét.

Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van.

Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani. Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát.

Tudjon n alapú ($n \leq 9$) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus függvény

20

Cél: Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újra értelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- Tudja kiszámolni tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével.

Fogalmak: n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Emelt szint

Ismerje a permanencia elvet.

Tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt.

Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén

Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.

Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait.

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat.

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.

Logaritmus függvény ábrázolása, jellemzése, transzformálása

***Exponenciális folyamatok vizsgálata; exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek* 20**

Cél: Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban – valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban.

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Emelt szint

Tudjon exponenciális egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani.

Tudjon egyszerű logaritmusos egyenleteket megoldani

Tudjon egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenlőtlenségeket megoldani

***Trigonometria* 20+18**

Cél: Szögfüggvény fogalmának megismerése és kiterjesztése tetszőleges szögekre. Szinusztétel, koszinusztétel, alkalmazásuk. Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Egyszerű trigonometrikus egyenletek.

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak: szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Emelt szint

Ismerje a szögfüggvények általános definícióját, és alkalmazza forgásszögekre a középszinten szereplő összefüggéseket.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$).

Bizonyítsa a koszinusztételt

Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek

Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenleteket megoldani

Tudjon egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani

Trigonometrikus függvények

Trigonometrikus függvények ábrázolása, transzformálása és jellemzése

Koordinátageometria

40

Cél: Vektorok, vektorműveletek. A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása síkgeometriai feladatok megoldásában.

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Fogalmak: vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

Emelt szint

Vektorok síkban és térben

Ismerje és alkalmazza a vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságokat.

Ismerje és alkalmazza a skaláris szorzat definícióját, tulajdonságait.

Tudja koordinátáikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni.

Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a vektor 90° -os elforgatottjának koordinátáit, valamint a skalárszorzat kiszámítását vektorok koordinátáiból.

Ismerje és bizonyítsa a skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tételt.

Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket.

Igazolja és alkalmazza a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést
Tudja többféle alakban felírni és levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból.

Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta geometriai feltételeit

Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni

Tudja levezetni a kör egyenletét.

Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát.

Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát

Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját.

Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.

Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait

Ismerje a parabola fogalmát.

Tudja levezetni a parabola $x^2=2py$ alakú egyenletét.

Tudjon feladatokat megoldani az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal

Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség rendszerek **25**

Emelt szint

Betűkifejezések

Ismerje a polinom fokszámát, fokszint szerint rendezett alakját

Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n - b^n$; illetve az $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítását

Tudjon értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldani. Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani.

Tudjon elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszereket megoldani

Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.

Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket.

Tudjon másodfokú paraméteres egyenleteket megoldani.

Tudjon törtes egyenleteket megoldani.

Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megoldani.

Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani.

Tudjon legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.

Tudjon egyszerű abszolútértékes egyenleteket algebrai úton megoldani.

Tudjon első és másodfokú egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.

Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, törtes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani

Középértékek, egyenlőtlenségek

Ismerje két pozitív szám számított középértékeit (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket. Bizonyítsa, hogy $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, ha $a, b \in \mathbb{R}_+$.

Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.

Valószínűség-számítás

16+6

Cél: Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között.
Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése.

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre

- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak: események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Emelt szint

Definiálja és alkalmazza a középszinten felsorolt fogalmakat. Definiálja és alkalmazza a feltételes valószínűség fogalmát.

Tudja értelmezni a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell). Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.

Projektoktatás

6 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk, illetve itt használunk fel a „halmazok és matematikai logika” témakörre biztosított órakeretből 3 órát.

12. ÉVFOLYAM EMELT ÉRETTSÉGIRE FELKÉSZÍTŐ

Halmazok, Matematikai logika

10

Emelt szint

Halmazok

Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.

Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.

Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját.

Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.

Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon

Matematikai logika

Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció.

Adott n ($n \in \mathbb{N}$) esetén tudja eldönteni, hogy $\sqrt{n}$ irracionális szám-e.

Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám.

Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges, és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.

Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását

Sorozatok

22+8

Cél: Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Tájékozódás az időben: matematikai modellek készítése, vizsgálata.

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak: számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet

Emelt szint

Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás).

Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát, valamint ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját

Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket.

Vezesse le a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket

Ismerje és alkalmazza egyszerű feladatokban a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

Geometria

10

Emelt szint

Elemi geometria

Tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni.

Geometriai transzformációk

Ismerje a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát.

Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának feltételét

Ismerjen példákat a térbeli egybevágósági transzformációkra.

Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció definícióját.

Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét.

Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt

Ismerje és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést.

Háromszögek

Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket.

Bizonyítsa a Pitagorasz-tétel megfordítását.

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a magasság- és a befogótételt.

Négyszögek

Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnéyszögek tételét, ismerje a tételek megfordítását.

Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában

Kör

Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

Tudjon szöget mérni radiánban.

Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét.

Ismerje és használja a látókör fogalmát.

Bizonyítsa a Thalész-tétel megfordítását

Térgeometria

28

Cél: Síkidomok kerületének és területének számítása. Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb. A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak: kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Emelt szint

Bizonyítsa a csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletét.

Függvények, az analízis elemei

8+16+12

A függvény

Ismerje az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját.

Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.

Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.

Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.

Egyváltozós valós függvények

Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket

$$f(x) = x^n (n \in \mathbb{N}^+)$$

$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = \frac{a}{x}$$

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$f(x) = \log_a x$$

Tudjon a felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.

Függvények grafikonja, függvénytranszformáció

Tudja ábrázolni az alapvető függvények transzformáltjainak grafikonját $(c \cdot f(x+b)+d)$, illetve $c \cdot f(ax)+d$.

Függvények jellemzése

Tudja jellemezni a függvényeket periodicitás, paritás, korlátosság szempontjából.

Tudja meghatározni a függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével.

Ismerje és alkalmazza a konvexitás és konkávitás fogalmát.

Tudjon másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat megoldani

Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei

Határérték, folytonosság, differenciálszámítás

Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát.

Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát.

Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját. Alkalmazza az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait.

Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.

Tudja bizonyítani, hogy $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$ esetén). Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.

Integrálszámítás

Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás)

Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.

Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.

Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény grafikonja alatti területet kiszámolni.

Leíró statisztika

8+6

Cél: Tudatos adatgyűjtés és rendezés egy adott cél érdekében. Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőinek meghatározása. Grafikus manipuláció felismerése diagramok esetén.

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal
 - Tudjon kördiagramot, oszlopdiagramot és sodrófa (box-plot) diagramot készíteni.
 - Tudjon választani megfelelő diagramtípust egy adathalmaz ábrázolásához, és tudjon a választása mellett érvelni.
 - Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság
 - Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, kvartilisek, medián, módusz, terjedelem, szórás.
 - Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel.
- Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal

- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak: reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

Emelt szint:

Tudjon adathalmazokat összehasonlítani sodrófa-diagramok alapján.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés.

Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középértéket, és tudjon a választása mellett érvelni.

Tudjon statisztikai adatokat értelmezni, értékelni, azokból tudjon statisztikai következtetéseket levonni.

Rendszerező összefoglalás

42

Cél: Az érettségi vizsgára való felkészülés

Gondolkodási módszerek

- Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.
- Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.
- A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.
- Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. Bizonyítási módszerek.
- Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.
- Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.

Függvények

- A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.
- A tanult alapfüggvények ismerete. Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$
- Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.
- Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.
- Differenciálszámítás alkalmazása(függvényvizsgálat, szélsőérték-feladatok, érintő egyenlete)
- Integrálszámítás alkalmazása(területszámítás)

Algebra

- Egyenletek és egyenlőtlenségek.
- Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.
- Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása (algebrai-, grafikus megoldás). Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.
- Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös, abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.
- Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
- Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.
- Paraméteres első és másodfokú egyenletek megoldása
- Törtes egyenletek megoldása

Geometria

- Geometriai alapfogalmak, pont-halmazok. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.
- Távolságok és szögek kiszámítása. Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.
- Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.
- Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között.
- A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések. Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.
- Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.
- Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. Vektorok alkalmazásai. Vektorok skaláris szorzata

- Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja.
- Szöveges számítási feladatok.

Statisztika, valószínűségszámítás

- Diagramok. Statisztikai mutatók.
- Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége.
- A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.
- Visszatevéses és visszatevés nélküli modell
- A véletlen törvényszerűségei.

Projektoktatás

5 óra

A kijelölt témahéten az éppen oktatott témakörbe illeszkedő projektfeladatot készítünk, illetve itt használunk fel a „halmazok és matematikai logika” témakörre biztosított órakeretből 3 órát.